Физика. Электромагнетизм.

1 Электрическое поле в вакууме.

1.1 Закон сохранения электрического заряда

Имеются 2 типа электрических зарядов (положительный, отрицательный). Элементарный заряд (e). Отрицательный элементарный заряд ($-e$). В природе не существует заряда меньше заряда электрона (по модулю).

Любой заряд можно представить в виде: $q = \pm N \cdot e$. То есть это величина дискретная, но мы будем считать ее непрерывной, пока не перейдем к квантовой теории.

Теорема (Закон сохранения электрического заряда)**.** *Суммарный заряд электрически изолированной системы не может меняться.*

Определение. Ионы — атомы потерявшие или взявшие электроны. Могут быть отрицательно или положительно заряженными.

Три класса веществ:

1. Диэлектрики (изоляторы) проводят ток в 10^{20} раз хуже, чем проводники.
2. Полупроводники чуть лучше проводят электрический ток.
3. Проводники имеют большое количество носителей заряда.

1.2 Взаимодействие зарядов. Закон Кулона.

Определение. Точечный заряд — заряженное тело, размерами которого можно пренебречь, по сравнению с расстояниями от этого тела до других заряженных тел.

Теорема (Закон Кулона)**.** *Сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.*

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Если силы одинакового заряда, то сила положительная (тела отталкиваются), иначе отрицательная (притягиваются).

В системе СГС выбирают такую величину заряда, чтобы $k = 1$.

Определение. Единица заряда СГСЭ — такой заряд, который взаимодействует в вакууме с равным ему и находящимся на расстоянии 1см с силой 1дина. $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ед.з.СГСЭ

Определение. Кулон [Кл] — связан с СГСЭ следующим соотношением:

$$1 \text{ Кл} = 2,998 \cdot 10^9 \text{ ед.з.СГСЭ}$$

Определение. Элементарный заряд в кулонах (нужно знать):

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Определение. Нормализованный вид формулы Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$[\varepsilon_0] = \dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}$ — электрическая постоянная.

Найдем электрическую постоянную:

$$9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1 \cdot 1}{1} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12}\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

1.3 Электрическое поле. Напряженность поля.

Возьмем некий точечный заряд q_0. Внесем в поле пробный заряд q. Тогда они взаимодействуют следующим образом:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}$$
$$\overrightarrow{F} = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0}{r^2} \cdot \frac{\overrightarrow{r}}{r}\right)$$

Определение. Напряженность электрического поля в данной точке:

$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q}$$
$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}\frac{\overrightarrow{r}}{r}$$

Измеряется: $[E] = \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$

Направление поля совпадает по направлению с силой, действущей на положительный заряд, помещенный в данное поле.

1.4 Суперпозиция полей, диполь.

Теорема (Принцип суперпозиции электрических полей). *Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности.*

$$\overrightarrow{E} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{E_i}$$

1.5 Линии напряженности. Поток вектора напряженности.

Определение. Линия напряженности — линия, которая проводится так, чтобы касательная к ней в любой точке совпадала по направлению с вектором напряженности.

Густота линий выбирается так, чтобы количество линий пронизывающих единицу поверхности, перпендикулярной к линиям площадки, было равно численному значению вектора $\overrightarrow{E}$.

Линии электрического поля начинаются в положительном заряде и заканчиваются на отрицательном (либо уходят на бесконечность).

$$K = E \cdot dS$$

Где K — количество линий, проходящих через элементарную площадку.

Если взять некую поверхность S, то количество линий, проходящих через эту площадку, равно

$$N = \iint\limits_S E \cdot \cos\alpha \cdot dS = \iint\limits_S \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = \Phi_E = \iint\limits_S E_n dS$$

Эта величина — поток вектора напряженности.

1.6 Теорема Гаусса

Возьмем точечный заряд и окружим сферой радиуса r с центром в заряде.

$$\Phi_E = N = \oiint\limits_{S_r} \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS =$$

{В силу перпендикулярности сил напряженности поверхности}

$$= \oiint\limits_{S_r} E \cdot dS = \oiint\limits_{S_r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \oiint\limits_{S_r} dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Теперь возьмем неправильную поверхность, но результат останется тем же самым, за счет того, что количество пересечений с "+" для одной линии будет на 1 больше чем с "−".

Возьмем произвольное количество произвольных зарядов внутри поверхности:

$$\Phi_E = \oiint\limits_S \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = \oiint\limits_S \left(\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{E_i}, \overrightarrow{n}\right) dS = \sum_{i=1}^{N} \oiint\limits_S \left(\overrightarrow{E_i}, \overrightarrow{n}\right) dS = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i$$

Мы доказали теорему:

Теорема (Гаусса)**.** *Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на* ε_0.

$$\boxed{\Phi_E = \oiint\limits_S \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i}$$

Определение. Объемная плотность зарядов $\rho = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta V}$

Тогда имеет место представление:

$$\oiint\limits_{S} \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint\limits_{D} \rho \cdot dV$$

Определение. Поверхностная плотность заряда: $\sigma = \lim\limits_{\Delta S \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta S}$

Определение. Линейная плотность заряда: $\lambda = \lim\limits_{\Delta l \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta l}$

1.7 Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Расстояние до исследуемой точки пренебрежимо мало по сравнению с размерами поверхности.

В каждой точке пространства вектор напряженности будет направлен перпендикулярно плоскости. Чтобы посчитать величину вектора напряженности, воспользуемся теоремой Гаусса.

Рисунок

Посчитаем поток вектора через эту поверхность:

$$\Phi_E = \iint\limits_{S_{\text{ц}}} \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = 2 \cdot \Delta S \cdot E$$

$$\Phi_E = \iint\limits_{S_{\text{ц}}} \left(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{n}\right) dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot \Delta S$$

Откуда, приравняв, получим:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Рассмотрим две плоскости, заряды на которых равны по модулю, но разные по знаку. Получим, что все поле будет сосредоточено между плоскостями, причем его величина удваивается: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

1.8 Поле бесконечно заряженного цилиндра

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую поверхность, радиуса R. Будем считать, что на поверхности распределен заряд с поверхностной плотностью σ. Окружим другой цилиндрической поверхностью, радиуса r. Причем: $R < r$. Положим высоту цилиндра $2 - h$.

$$\Phi_E = \oiint\limits_{S} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n} \cdot dS = \frac{1}{\epsilon} \cdot 2\pi R h \cdot \sigma$$

С другой стороны:

$$\Phi_E = \iint\limits_{S\text{осн}} \underbrace{\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n}}_{0} dS + \iint\limits_{S\text{бок}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n} dS = \iint\limits_{S} E dS = E \iint\limits_{S} dS = 2\pi r h \cdot E$$

Тогда:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \cdot 2\pi Rh\sigma = E \cdot 2\pi rh$$
$$E = \frac{\sigma \cdot R}{\epsilon_0 \cdot r}$$

Если радиусом можно пренебречь, то:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$$

Замечание. $E = 0$ если $R > r$.

1.9 Поле заряженной сферической поверхности

Возьмем сферу радиуса R, с поверхностной плотностью σ.

$$\Phi_E = \oiint\limits_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n} \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2 = E \cdot 4\pi r^2$$

Откуда:

$$\begin{cases} E = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}, & R < r \\ E = 0, & R > r \end{cases}$$

1.10 Работа сил электростатического поля

В поле q_0 будем перемещать заряд q.

$$A = \int\limits_L \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int\limits_{r_1}^{r_2} F dr = \int\limits_{r_1}^{r_2} E_0 q \cdot dr$$

Взяв замкнутую траекторию, и учитывая, что сила Кулона — сила консервативная:

$$\boxed{\oint\limits_L \overrightarrow{E} \mathrm{d} \overrightarrow{l} = 0}$$

То есть циркуляция равна нулю.

Так как $\delta A = -dW$, то

$$A_{12} = \int\limits_{r_1}^{r_2} E_0 q dr = \int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0}{r^2} \cdot q \cdot dr = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} =$$
$$= \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = W_1 - W_2 = -\Delta W$$

Тогда $W = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q_0 q}{r}$

Определение. Потенциал поля: $\varphi = \dfrac{W}{q}$

Определение. Потенциал поля точечного заряда: $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r}$

Определение. Потенциал поля системы точечных зарядов: $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{q_i}{r_i}$

Тогда через потенциалы:$A = W_1 - W_2 = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$. А тогда работа по перемещению заряда из бесконечности в некоторую точку: $A_\infty = \varphi \cdot q$

Потенциал численно равен работе по перемещению единичного заряда из бесконечности в некоторую точку.

$[\varphi] = \dfrac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$

Для измерения работы используют еще эВ (электрон Вольт)

Определение. Электрон Вольт — работа, совершаемая силами поля над зарядом равным заряду электрона при прохождении им разности потенциалов, равным 1В.

1эВ $= 1.6 \cdot 10^{-19}$Дж

1.11 Связь между напряженностью и потенциалом.

Возьмем элементарное перемещение dr и элементарный потенциал $d\varphi$. Посчитаем элементарную работу:

$$\delta A = -q \cdot d\varphi$$
$$\delta A = q \cdot \overrightarrow{E} d\overrightarrow{r} = qE_r dr$$

Приравняем: $-qd\varphi = qE_r dr$, получим:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}$$

$$\boxed{\overrightarrow{E}=(E_x, E_y, E_z)=-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=\text{-grad}\varphi}$$

1.12 Эквипотенциальноая поверхность

Потенциаль электрического поля - $\varphi\left(x, y, z\right) = const$

В любой точке пространства можно провести эсвипотенциальную поверхность.

Вектор напряженность электрического поля портендикулярен эквипотенциальной поверхности.

1.13 Электрическое поля в диэлектриках.

Диэлектрико — такой материал, к коготором почти отсутствуют свободные заряженные частицы.

$\overrightarrow{r_c} = \dfrac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$

r^+ — центр положительных задрядов (центр масс положительных зарядов, центр тяжести полоожиьтельных зарядов)

$r^+ = \dfrac{\sum q_i^+ r_i^+}{\sum q_i^+}$

$r^- = \dfrac{\sum q_i^- r_i^-}{\sum q_i^-} = \dfrac{\sum q_i^- r_i^-}{q^-}$

Если диэлекстрик нейтральный: $q^+ = -q^- = q$.

Применим эти операции для одной малекулы. В том слкчае, когда $\overrightarrow{r^+} = \overrightarrow{r^-}$, тогда говорят, что диэлектрик не полярный (или молекула не полярная). Когда $\overrightarrow{r^+} \neq \overrightarrow{r^-}$, то мы имем полярный диэлексрик (полярную молекулу). Тогда мы можем представить эту полекулу как диполь. $l = \left|\overrightarrow{r^+} - \overrightarrow{r^-}\right| \neq 0$. Кроме того мы ставим каждому диполю ставим вектор начального момента диполя (электрического момента).

$p = q \cdot \overrightarrow{l} = q\left(\overrightarrow{r^+} - \overrightarrow{r^-}\right)$

1.13.1 Полеризация диэлектрика.

Поместим некий диэлекстрик в электричесоке поле. Электрическое части сместятся, и молекула, которая была не полярная, будет полярной. Тем самым возникает полеризация.

$\overrightarrow{P} = \beta \cdot \varepsilon_0 \cdot \overrightarrow{E}$. β — коофициент полеризуемости молекулы. E — не зависимая от β, называемая диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

$\overrightarrow{P} = x \cdot \varepsilon_0 \cdot E$

Для неполярных диэлектриков x — константа, а для полярных — эта функция температуры.

1.13.2 Описание электрического поля в диэлектрике

$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_0} + E'$

Определение. Электрическим смещением нбазывается физическая величина, определяемая соотношением:

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \overrightarrow{E} + \overrightarrow{P}$$

$$\Phi_D = \oiint\limits_S \left(\overrightarrow{D}, \overrightarrow{n}\right) dS = \sum q$$

Поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгербаической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.

$1 + x = \varepsilon$ — Относительной диэлектрической проницаемость.

Относительной диэлектрической проницаемость. показывается, во сколько раз ослабляется поле внутри диэлектрика.

1.13.3 Преломление линий электрического поля

Пусть есть 2 диэлектрика соответственно с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1,\ \varepsilon_2$. Так как свойства диэлектриков разные, то на границах возникают $\sigma_1^-,\ \sigma_1^+$ и $\sigma_2^-,\ \sigma_2^+$. Если будем рассматривать электрическое смещение, и воспользуемся теоремой Гаусса, чтобы посчитать его. Посчитаем поток вектора эектрического смещения через этот цилиндр.

$$\Phi_D = \oiint\limits_{\Omega} \overrightarrow{D}\overrightarrow{n}\,ds = 0$$

$$\overrightarrow{E_1} = -E_{1n}\cdot\overrightarrow{n_1} + E_{1\tau}\overrightarrow{\tau} \qquad \overrightarrow{D_1} = -D_{1n}\cdot\overrightarrow{n_1} + D_{1\tau}\overrightarrow{\tau}$$

$$\overrightarrow{E_2} = -E_{2n}\cdot\overrightarrow{n_2} + E_{2\tau}\overrightarrow{\tau} \qquad \overrightarrow{D_2} = -D_{2n}\cdot\overrightarrow{n_2} + D_{2\tau}\overrightarrow{\tau}$$

$$\Phi_D = \iint\limits_{S_1}\left(-D_{1n}\cdot\overrightarrow{n_1} + D_{1\tau}\overrightarrow{\tau}\right)\overrightarrow{n_1}ds +$$

$$+\iint\limits_{S_2}\left(-D_{2n}\cdot\overrightarrow{n_2} + D_{2\tau}\overrightarrow{\tau}\right)\overrightarrow{n_2}ds =$$

$$= -\iint\limits_{S_1} D_{1n}ds + \iint\limits_{S_2} D_{2n}ds =$$

$$= -D_{1n}S_1 + D_{2n}S_2$$

Так как $D = \epsilon\varepsilon_0 E$, то

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

Посчитаем циркуляцию $\overrightarrow{E}$ по линии L: $\oint\limits_L \overrightarrow{E}d\overrightarrow{l} = 0$. С другой стороны:

$$\oint\limits_{L_{12}}\overrightarrow{E_1}d\overrightarrow{l} + \oint\limits_{23}\overrightarrow{E}d\overrightarrow{l} + \oint\limits_{L_{31}}\overrightarrow{E_2}d\overrightarrow{l} + \oint\limits_{41}\overrightarrow{E}d\overrightarrow{l} =$$

$$= \int\limits_{L_{12}} -E_{1\tau}dl + \int\limits_{L_{34}E_{2gt}} dl = -aE_{1\tau} + aE_{2\tau} = \left(-E_{1\tau} + E_{2\tau}\right)a = 0$$

$$\frac{D_{1\varepsilon}}{\varepsilon_1\varepsilon_2} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2\varepsilon_0} \qquad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad D_{2n} = D_{1n}$$

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{D_{1\tau}}{D_{1n}},\ \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}},\ \frac{\mathrm{tg}\alpha_1}{\mathrm{tg}\alpha_2} = \frac{D_{1\tau}D_{2n}}{D_{1n}D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Рассмотрим закон Кулона в диэлектриках. $\overrightarrow{F} = q\cdot\overrightarrow{E}$ преобразуется в безграничном диэлектрике в

$$\boxed{\mathrm{F}{=}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}}$$

1.13.4 Сегнетоэлектрики

Это такие элексрики, которые могут обладать полеризацией, при отсутствуе внешнего элестрическое паля. Это было обнаружено в первый раз для сигнетовой соли. Особенности:

1. Диэлектрическая проницаемость составляет несколько тысяч единиц.

2. Зависимость между D и E нелинейная.

3. Значение вектора поляризации отстает от изменения вектора напряженности.

Поляризация P зависит не только от текущего значения E, но и от предшествующих значений.

Эта петля называется петлей Гистерезиса. Этими свойствами диэлектрик обладает только в определенном диапазоне температур. Если при деформации диэлектрик поляризуется, то это явление называется прямым пьезо-электрическим эффектои. Если при проведении тока диэлестрик диформирется, то это обратный пьезоэлектрический эффект.

1.14 Проводники в электрическом поле

1.14.1 Равновесие заряда на проводнике

Внутри проводника...

1.14.2 Проводник во внешнем электрическом поле

Напряженности внутри не будет.

1.14.3 Электроемкость

Различные по величине заряды распределяются на уединенном проводние подобным образом. Если я сообщаю ему разные заряды то отношение величин зарядов будет константой. Отсюда получааетсся, что потенциал изолированного проводника пропорционален находящегося на нем заряду.

$$q = C\varphi$$

q — (электро)емкость. Коэффициент пропорциональности C называется элексроемкостью (или просто емкостью) проводника.

Определение. Емкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на еденицу.

Пример. Вычислам емкость шара

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \quad F = E \cdot 1\,\text{Кулон}$$

$$\varphi = \int\limits_{\infty}^{R} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \,|_{\infty}^{R} \right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$$

$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$

Определение. За еденицу емкости принимают емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на один вольт при сообщение ему заряда на один кулон. Емкость измеряется в фарадах (Ф).

1.14.4 Конденсатор

....

Рассмотрим 2 точечьных заряда q_1 и q_2, которые находятся на расстояннии r_{12}. Обозначим чеорез φ_1 потенциал, который создает заряд q_2 в точке, где находится q_1. φ_2 — потенциал, который создает заряд q_1, в точке, где находится q_2.

Будем перемещать заряд q_1 из бесконечности в точку q_2.

$\Delta A = -dU$

$A_1 = q_1\varphi_1 = q_i \cdot \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r_{12}}$

$A_2 = q_2\varphi_2 = q_2\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r_{12}}$

$W = A_1 = A_2 = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2$

$W = \dfrac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2\right)$

Обозначим чсерез φ_3 потенциал элексрического поля который создается в точке, куда перемещшается зарад q_3.

A_3 — работа по перемещению зарада.

$A_3 = q_3\varphi_3 = q_3\left(\dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1}{r_{13}} + \dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{q_2}{r_{23}}\right)$

$W_1 = \dfrac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2\right)$

$$\begin{aligned}
W &= W_1 + A_3 = \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}}\right) = \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_2}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{13}}\right) + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{23}}\right) + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{12}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right)\right) = \\
&= \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3\right)
\end{aligned}$$

Можем утверждать что энергия системы для n зарадов записывается в виде:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i$$

φ_i — потенциал, котоорый создают все точки кроме i-ой.

$$W = \frac{1}{2}\sum dq_i\varphi_i = \frac{1}{2}\varphi\sum dq_i = \frac{1}{2}q\varphi$$

$q = c\varphi$

$W = \dfrac{c\varphi^2}{2} = \dfrac{q^2}{2c}$

Для конденсатора:

$W = \dfrac{cu^2}{2} = \dfrac{q^2}{2c} = \dfrac{qu}{2}$

$C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{d}$

$W = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon\varepsilon_0 s}$

$W = \dfrac{q^2 x}{2\varepsilon\varepsilon_0 s}$
$F = -\mathrm{grad} W$
$F = -\dfrac{dW}{dx}$
$F = -\dfrac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 s}$ — сила взаимодействия вкладок конденсатора
$W = \dfrac{cu^2}{2} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{2d} u^2 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{2d} E^2 d^2 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd$
$U = E \cdot d$
$\Longrightarrow W = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} E^2 V$
$\omega = \dfrac{W}{V}$
$\omega = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} E^2$
$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$
$\omega = \dfrac{DE}{2}$
$\omega = \dfrac{1}{2}\overline{DE}$ — для анизотропной среды.
$W = \dfrac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \overline{E} + P\right)\overline{E} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \dfrac{1}{2}\overline{PE}$

1.15 Постоянный электрический ток

Определение. Электрический ток — направленое движение заряженных частиц.

$I, \; i$ — сида тока.
Если ток постоянный то I, если переменный — i.

Определение. Сила тока — количество заряда, порошедшее через поперечное сечение проводника в еденицу времени.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$I = \dfrac{\Delta q}{t}$

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

Определение. За направление тока принимается направление движения *положительных* зарядов.

Определение. Плотность тока — сила тока, приходящаяся на еденицу площади.

$$j = \frac{di}{ds_\perp}$$

Это величина векторная. За направление плотности тока принимается направление скорости упорядоченного движения положительный носителей заряда.

$$i = \iint\limits_s \overline{j}\overline{n}ds$$

В еденице обьема проводника находитсяk^+ положительных зарядов и k^- отрицательных зарядов.

Пусть у нас v^+ и v^-скаорости k^+ и k^-.

$$j = k^+ \cdot e^+ \cdot v^+ + k^- e^- v^-$$

1.15.1 Электродвижущая сила

$$\varepsilon(\text{большой}) = \frac{A}{q}$$

$\overline{F_э} = \overline{E_э} \cdot q$
$\overline{F_{ст}} = \overline{E_{ст}} \cdot q$
$A = \oint\limits_L E_{ст} q dl = q \oint\limits_L E_{ст} dl$
$\varepsilon(\text{большой}) = \oint\limits_L \overline{E_{ст}} d\overline{l}$
$\varepsilon_{23} = \int\limits_{M_1 M_2} \overline{E_{ст}} \cdot d\overline{l}$
$F = F_э + F_{ст}$
$A = q \int\limits_{M_1 M_2} \left(\overline{E_э} + \overline{E_{ст}}\right) d\overline{l} = q \cdot \varepsilon(\text{большая}) + q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$
$\int\limits_{M_1 M_2} \overline{E_э} d\overline{l}$
$\overline{E} = -\text{grad} u$

Определение. Величена, численно равноя работе по перемещению еденичного заряда q электрическими и сторонними силами называется подением напряжении, или просто напряжением на данном участке.

$$U_{12} = \varepsilon(\text{большая}) + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

1.15.2 Закон Ома. Сопротивление проводников.

Определение. Участок цепи на котором отсутствует ЭДС называется однородным.

$$I = \frac{U}{R}$$

I — Сила тока.
U — Напряжение на участке.
R — сопротивление участка.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

l — Длина проводника.

S — Поперечное сечение проводника.
ρ — Удельное сопротивление.

Утверждение. Для последовательного соединения сопротивлений:

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Утверждение. Для параллельного соединения сопротивлений:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Получим закон Ома в дифференциальной форме:

$$i = \frac{du \cdot ds}{\rho \cdot dl}$$
$$jds = \frac{E \cdot dl \cdot ds}{\rho \cdot dl} \qquad \Rightarrow \qquad j = \frac{E}{\rho}$$

j — плотность тока.
$\frac{1}{\rho} = \sigma$ — коэффициент электропроводимости.

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha t\right)$$
$$\alpha = \frac{1}{273.15}$$
$$\rho = \rho_0 \frac{T}{T_0}$$

1.15.3 Закон Джоуля–Ленца.

$$Q = R \cdot I^2 \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = U \cdot I \cdot t$$
$$Q = R \int_0^t i^2 \left(\tau\right) d\tau$$

$$\delta A = U \cdot dq = Uidt = R \cdot i \cdot idt = Ri^2 dt$$

$$\delta Q = Ri^2 dt = \rho \frac{dl}{ds} \cdot \left(j \cdot ds\right)^2 dt =$$
$$= \rho j^2 \cdot dl \cdot ds \cdot dt = \rho j^2 dv \cdot dt$$

Определение. Удельная мощность тока — $w = \rho j^2 = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{E}$. Это и есть закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

$$Q = \int_0^t \iiint_D \rho j^2 \left(\tau\right) \cdot dv \cdot d\tau$$

1.15.4 Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Тогда

$$\delta A = U_{12} dq = (\varphi_1 - \varphi_2)\, dq + \varepsilon_{12} dq$$
$$\delta Q = R \cdot i^2 dt = R \cdot i \cdot dq$$

Но так как $\delta A = \delta Q$, то

$$R \cdot i = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$$
$$i = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R}$$

Определение. Закон Ома для замкнутой цепи:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$

1.15.5 Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.

Определение. Узел разветвленной цепи — точка, в которой сходится 3 и более проводников.

Теорема (Первое правило Киркгофа). *Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю. Ток который входит в узел положительный, который выходит — отрицательный.*

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

Рисунок!!
$i_1 R_1 = \varphi_a - \varphi_b + \varepsilon_1$
$i_2 R_2 = \varphi_b - \varphi_c + \varepsilon_3$
$i_3 R_4 = \varphi_c - \varphi_a + \varepsilon_4$
$i_1 R_1 - i_2 R_2 + i_3 R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4$

Теорема (Второе правило Киркгофа). *Если в цепи n циклов, то правило Киркгофа записывется для $n - 1$ цикла.*

$$\sum_{k=1}^{n} i_k R_k = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k$$

1.15.6 Коэффициет полезного действия тока

Для замктутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$
$$U = I \cdot R = \frac{\varepsilon}{R + r} \cdot R$$

Когда берем $R = \infty$ то есть цепь не замкнута. Тогда $U = \varepsilon$.

Для источника тока:

$$\delta A = \varepsilon \cdot dq$$
$$P = \frac{\delta A}{dt} = \varepsilon \frac{dq}{dt} = \varepsilon \cdot I = \frac{\varepsilon^2}{R + r}$$

Значит чем меньше внешняя нагрузка тем больше мощность.

Мощность на сопротивлении:

$$Q = U \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$$
$$\delta Q = I^2 \cdot R \cdot dt$$
$$P_{\text{н}} = I^2 \cdot R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

Тогда КПД:

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P} = \frac{R}{R + r}$$

Чем больше внешняя нагрузка тем выше КПД.

2 Магнитное поле в вакууме.

2.1 Взаимодействие токов

Берем 2 прямолинейных проводника по которым течет ток. Если токи текут в одном направлении, то проводники будут притягиваться друг к другу, иначе отталкиваться. Ампер получил закон, по которому для единицы длины проводника:

$$f = k \cdot \frac{2 \cdot i_1 \cdot i_2}{b}$$

Где k — некий коэффициент, b — расстояние между проводниками.

1Кл = 1А/сек.

Магнитная постоянная μ_0

$$\boxed{\text{f}=\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot i_1 \cdot i_2}{b}}$$

Отсюда посчитаем μ_0. Возьмем $i_1 = i_2 = 1A$, $b = 1m$, $f = 2 \cdot 10^{-7}$Н. Тогда

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6}$$
$$[\mu_0] = \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

2.2 Магнитное поле.

Возьмем плоский пробный контур. Будем его характеризовать силой тока и направлением нормали к нему. Когда мы вносим его в поле, то возникает момент сил:

$$p_m = I \cdot S$$

где S — площадь контура.

$$\overrightarrow{P_m} = P_m \cdot \overrightarrow{n}$$

Определение. Магнитная индукция поля

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$$

$\overrightarrow{B}$ — вектор магнитной индукции, направление которого определяется равновесным направлением нормали пробного контура.

В каждой точке касательной к линии направление вектора совпадает с вектором магнитной индукции. Густота этих линий характеризует величину магнитной индукции.

2.3 Закон Био–Савара–Лапласса

Установили что магнитная индукция прямопропорциональна силе тока.

$$dB = k\frac{\left[d\overrightarrow{l}; \overrightarrow{r}\right] i}{r^3}$$

В СИ $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}$$

В системе СИ $[B] =$ Тл.

Плотность тока

$$\begin{aligned}
dl \cdot \overrightarrow{j} &= \frac{i}{S} d\overrightarrow{l} \\
S \cdot dl \cdot \overrightarrow{j} &= i \cdot d\overrightarrow{l} \\
d\overrightarrow{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\left[\overrightarrow{j}; \overrightarrow{r}\right] Sdl}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n_l \cdot e \cdot Sdl \cdot [\overrightarrow{v}, \overrightarrow{r}]}{r^3} \\
\overrightarrow{B}_e &= \frac{d\overrightarrow{B}}{N_e} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e \cdot [\overrightarrow{v}, \overrightarrow{r}]}{r^3}
\end{aligned}$$

2.4 Поле прямого тока

Возьмем бесконечный прямолинейный проводник. Найдем $d\overrightarrow{B}$ в некоторой точке:

$$d\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i\left[d\overrightarrow{l}; \overrightarrow{r}\right]}{r^3}$$

Обозначим расстояние от точки до провода через b. Очевидно что $r = b/\sin\alpha$.

$$\begin{gathered}
dr = r \cdot \sin\alpha = rd\alpha \\
dl = \frac{dr}{\sin\alpha} = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}
\end{gathered}$$

Так как с направлением dB мы уже определились, то будем находить только величину:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot r \cdot d\alpha \cdot b \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha \cdot \sin\alpha} \cdot \frac{\sin^3\alpha}{b^3} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot r \cdot \sin^2\alpha \cdot d\alpha}{b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha}{b}$$

Тогда

$$B = \int\limits_0^\pi \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot \sin\alpha}{b} d\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi b} \cdot \int\limits_0^\pi \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 i}{2\pi b}$$

2.5 Магнитное поле кругового тока

Пусть ток течет по контуру против часовой стрелки. Найдем вектор магнитной индукции в центре контура. Он будет направлен к нам.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot dl}{R^2}$$

Тогда

$$B = \oint\limits_{C_R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot dl}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

2.6 Циркуляция вектора магнитной индукции в поле соленоида

$$\oint\limits_L \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} = \oint\limits_L B_l dl$$

Для простоты расчитаем все для окружности. $dl = R \cdot d\alpha$, а тогда

$$\overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} = BRd\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{R} R \cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi} i d\alpha$$

$$\oint\limits_C \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} = \oint\limits_C \frac{\mu_0}{2\pi} i d\alpha = \mu_0 i$$

Так как в формуле нет R то можем ее использовать для любого контура (не только окружности).

$$\int\limits_L \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} = \mu_0 i$$

В итоге:

$$\boxed{\int\limits_L \overrightarrow{B} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{l} = \mu_0 \sum \mathrm{i}}$$

Где $\sum i$ — алгебраическая сумма токов охватываемых контуром L.

Векторные поля у которых циркуляция не равна нулю называются вихревыми полями. Для них нет понятия потенциала.

2.7 Действие магнитного поля на токи и заряды. Сила Лоренца.

На некий элемент $d\overrightarrow{l}$ со стороны магнитного поля действует сила

$$d\overrightarrow{f} = ki\left[d\overrightarrow{l}; \overrightarrow{B}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi b}$$

$$df = ki_2 dl\frac{\mu_0 i_1}{2\pi B}$$

$$df = k\frac{\mu_0}{4\pi}\dots$$

$$i = \overrightarrow{j}\cdot s$$

$$id\overrightarrow{l} = \overrightarrow{j}s\cdot dl = \overrightarrow{j}\cdot dv$$

$$df = \left[\overrightarrow{j}, \overrightarrow{B}\right]\cdot dv$$

$$\overrightarrow{j} = \overrightarrow{v}\cdot c\cdot n$$

n — концентрация заряженых частиц в еденице обьема

$$df = e\cdot\left[\overrightarrow{v}, \overrightarrow{B}\right]\cdot n\cdot dv$$

$n\cdot dv$ — общее число заряженных частиц, движущихся в проводнике

Сила, действующая со стороны магнитного поля на одну частицу (сила Лорпенса):

$$F_\Lambda = e\left[\overrightarrow{v}; \overrightarrow{B}\right]$$

Сила всегда будет направлена перепендикулярно вектору перемещения. И получается, что сила Лоренса работы не совершает, и следователдьно, не меняет энергию частици. Это характерно только для постоянного магнитного поля, а для непостоянного там она меняется.

2.8 Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим прямоугольный контур с током.

$$df = i\left[d\overrightarrow{l}, B\right]$$

$$\overrightarrow{M} = f_a\frac{b}{2} + f_a\frac{b}{2} = f_a\cdot b$$

Момент сил, котрый действует на такой проводник:

$$M = i\cdot B\cdot a\cdot b = i\cdot B\cdot S = p_m\cdot B$$

Эта формула и указанные выводы справедливы для плоского контура любой формы.

$$M = P_m\cdot B\cdot\sin\alpha$$

$$\overrightarrow{M} = \left[\overrightarrow{P_m}; \overrightarrow{B}\right]$$

2.9 Магнетики

2.9.1 Классификация магнетиков

χ — магнитная восприимчивость.

В зависимости от величитны магтитной восприимчивости все магнетики разделяются на три группы:

1. Дио-магнетики.

   $\chi < 0,\ \chi \sim 10^{-8} \div 10^{-7},\ \overrightarrow{J} \rightleftarrows \overrightarrow{H}$

2. Пара-магнетики

   $\chi > 0,\ \chi \sim 10^{-7} \div 10^{-6},\ \overrightarrow{J} \upuparrows \overrightarrow{H}$

3. Ферро-магнетики

   $\chi > 0;\ \chi \sim 10^{3}\ ,\ \overrightarrow{J} \upuparrows \overrightarrow{H}$

Если для дио- и пара- ..... то у ферро-магнетиков χ является функцией напряженности магнитного поля.

$$P_m = i \cdot S = e \cdot \nu \cdot S = e \cdot \nu \pi r^2 = \frac{erv}{2}$$

$$v_e = \nu 2\pi r$$

$$P_m = \frac{erv}{2}$$

Момент импульса электрона:

$$L = v \cdot n \cdot r$$

$$\frac{P_m}{L} = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}$$

Электрон обладает своими P_{ms} и L_s.

$$\frac{P_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}$$

2.9.2 Ферро-магнентики

Они обладают намагничеванием в отсутствие магнитного поля. Название получило от железа. Полупроводники, обрадающие такими свойствами называются ферритами.

2.10 Электромагнитная индукция.

В 1831 году Фарадей открыл явление магнитной индукции. Он показал, что во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.

Когдла сила тока растет или уменьшается, поворачивать, то в другом возникает индукционный эликтрический ток. Он фиксируется гальванометром. От способа изменения магнитной индекции ничего не зависит.

Ленц сформулировал закон направления тока в новом контуре: Индукционный ток, возникающий в контуре направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.

Если приближаем, то проводники должны отталкиватьлся, то возникает ток с противоположным направдением. Если отталкиваем то наоборот.

Величина индукционного тока зависит не от напряженнрости магнитного поля, я от величины магнитной индукции.

2.10.1 ЭДС индукции

Раз есть ток в контуре, значит есть и ЭДС. Возьмем простой эксперемент.

НАчинаем двигать планку со скоростью $\overrightarrow{v}$. На каждую частицу будет действоваать сила Лоренса: $\overrightarrow{F}_\Lambda = e\left[\overrightarrow{v}; \overrightarrow{B}\right]$. Сила Лолренса будет направлена вниз, тоесть электроны будут по контуру двигаться вниз. А ток будет направлен вверх. У нас возникает ЭДС, который закручивает ток по контуру. $F_\Lambda = ev \cdot B$. Напряженностьть внешних (сторонних) сил:

$$E = \frac{F_\Lambda}{e} = v \cdot B$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \oint \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{l} = \\ &= E \cdot l = \\ &= v \cdot B \cdot l = \\ &= v \cdot B \cdot \frac{ldt}{dt} = \\ &= B\frac{ds}{dt} = \\ &= \frac{d\Phi_B}{dt} \end{aligned}$$

Поток магнитной индукции (Измеряется в: вебер):

$$\Phi_B = \iint\limits_S \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{n} \cdot ds$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

2.10.2 Явление самоиндукции

Когда мы берез некий контур и пускаем там ток, получается, что этот ток не является постоянным, он нарастает, а значит меняется магнитная эндукция, а значит что в этом контуре возникает еще один ток, который противодействиет первому. Это явление самоиндукци.

ЧерезΨ обозначим поток через контур в самом контуре, в котором мы измеряем ток. Он оказался пропорционален силе тока. $\Psi = L{\cdot}i$. L называется индуктивностью контура. Оказывается что тут написали линейную зависимость, но на самом деле она не совсем такая. Если такие магнитики, например феромегнетики, то эта зависимость становится нелиннйной. То L зависит от магнитных свойств вещества. Зависит от формы и размера.

Пробнем вычислить индуктивность L для кокогонибудь контура. Например для солиноида. Будет N витков. Φ — поток. Индуктивность:

$$\Psi = N \cdot \Phi = B \cdot S \cdot n \cdot l$$

n — плотность намотки, l — длинна.

$$\begin{aligned}\Psi &= N \cdot \Phi = B \cdot S \cdot n \cdot l = \\ &= \mu\mu_0 i n^2 S l = \\ &= \mu\mu_0 i n^2 V\end{aligned}$$

$$L = \mu\mu_0 n^2 v$$

$$n = \frac{N}{l}$$

$$L = \mu\mu_0 N^2 \frac{S}{l}$$

Чем больше пложадь и меньше длинна чем больше индуктивность, при такомже количестве витков. ВОзникает ЭДС самоиндукции. Оно связано с изменением потока Ψ.

$$\begin{aligned}\varepsilon_c &= -\frac{d\Psi}{dt} = \\ &= -\frac{dl}{dt} \cdot i - l \cdot \frac{di}{dt}\end{aligned}$$

Если L — константа:

$$\varepsilon_c = -L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{dl}{di} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon_c = -\left(i\frac{dL}{di} + L\right)\frac{di}{dt}$$

Еденица измерения индлуктивности: $[L] = \dfrac{\text{Вольт} \cdot \text{Секунду}}{\text{Ампер}} = \text{Генри} = \text{Гн}$

2.11 Ток при замыкании и размыкании цепи.

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

Сопротивленгие источника пренебружимо мало.

$$i \cdot R = \varepsilon_c = -L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

$$i\left(0\right) = I_0$$

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{L}{R}t}$$

Постоянная времени, характеризующая контур:

$$\frac{L}{R} = \tau$$

$$i = I_0 e^{-\dfrac{t}{\tau}}$$

2.12 Ток при замыкании цепи

$$\begin{aligned} i \cdot R &= \varepsilon_c + \varepsilon = \\ &= \varepsilon - L\frac{di}{dt} \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\varepsilon}{L}$$
$$i\left(0\right) = 0$$

$$i = I_0 + ce^{-\dfrac{B}{l}t}$$

При размыканнии цепи ток вычисляется так:

$$i = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Это если индуктивность постоянная

2.13 Энергия магнитного поля

Закон Джоуля-Ленца:

$$\begin{aligned} dA &= \varepsilon_c \cdot I \cdot dt = \\ &= -\frac{d\Psi}{dt}i \cdot dt = \\ &= -d\Psi \cdot i = \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \Psi = L \cdot i \\ d\psi = Ldi \end{array} \right\} = \\ &= -Lidi \end{aligned}$$

$$A = \int\limits_{I_0}^{0} -Lidi = \frac{I_0^2}{2}L$$

$$W = \frac{i^2}{2}L$$

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

$$H = in$$

$$B = \mu\mu_0 H$$

$$W = \mu\mu_0\frac{i^2n^2}{2}V$$

$$\begin{aligned} w &= \mu\mu_0\frac{i^2n^2}{2} = \\ &= \mu\mu_0\frac{H^2}{2} = \\ &= \frac{B \cdot H}{2} \end{aligned}$$

2.14 Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

$$F_\Lambda = e\left[\overrightarrow{v}; \overrightarrow{B}\right]$$

Сила Лоренса не меняет энергию частици. Но есть ускорение. Значит меняется направление.

Ускоренпие этой частици:

$$F = m \cdot \overrightarrow{w}$$
$$w = \frac{F}{m}$$

У нас частица будет двигаться по окружности.

$$\overrightarrow{w}_n = \frac{e}{m}\left[\overrightarrow{v}; \overrightarrow{B}\right]$$

$$w_n = \frac{e}{m} \cdot v \cdot B$$

$$w_n = \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{v^2}{w_n} = \frac{m}{e}\frac{v}{B}$$

Удельный заряд: $\frac{e}{m}$.

За какое время он делает полный оборот (периуд вращения):

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{e}\frac{1}{B}$$

$$v_1 = v \sin\alpha$$
$$v_2 = v \cos\alpha$$

Таким образом частица будет двигаться по спирали, ось которой совподает с направлением вектора B. При этом не мняется величина скорости и работу оно не совершает. Если частица положительная, то спираль закручивается по часовой стрелке, если отрицательно, то наоборот.

$$\overrightarrow{w} = \frac{e\overrightarrow{E}}{m}$$

2.15 Переменный ток

l — Длинна цепи.

$\tau = \frac{l}{c} << T$

Такой ток нызвается квазистационарным. Для него хоть он и переменный действиют законы Киргофа и законы Ома.

Сопротивление, которое обладает не емкостью, не индуктивностью называтеся активным сопротивленимем. Таких не бывает, но иногда им можно пренебречь.

$$u = u_m \cos wt$$
$$i = \frac{U}{R} = \frac{u_m}{R} \cos wt$$
$$I_m = \frac{u_m}{R}$$

Тем самым характер изменения напряджения и тока один и тот же.

$$u = I_m R \cos wt$$

Напряждение и сила тока меняются симфазно (тоесть в обной фазе).

2.16 Переменный ток, текущий через индуктивность

Будем считать что $R = 0$ и емкость тоже равна нулю.

$$\varepsilon_c = -L\frac{di}{dt}$$
$$u + \varepsilon_c = 0$$
$$u_m \cos wt = L\frac{di}{dt} = 0$$
$$\frac{di}{dt} = \frac{u_m}{L} \cos wt$$
$$i = \frac{u_m}{Lw} \sin wt$$
$$i = \frac{u_m}{Lw} \cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$I_m = \frac{u_m}{lw}$$

Вод если сопоставить это уравнения с законом Ома, то можно сказать что $Lw = R_L$ можно рассматривать как некоторое сопротивлением, и называется (реактивным) индуктивным соопротивлением.

$$i = I_m \sin wt$$
$$u = LwI_m \sin\left(wt + \frac{\pi}{2}\right)$$

В этиом слкчае напряжение опережает по фазе ток на $\frac{\pi}{2}$, тоесть на $\frac{1}{4}$ периуда.

2.17 Переменный ток, текущий серез емкость

Перменный ток через емкость может течь.

$$U = \frac{q}{C} = u_m \cos wt$$

Вспомним что такое q. Это заряд.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$q = Cu_m \cos wt$$
$$\frac{dq}{dt} = i = -cwu_m \sin wt$$
$$i = cwu_m \cos\left(wt + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$I_m = cwu_m$$

Емкостное сопротивление:

$$R_c = \frac{1}{wc}$$

Для конденсатора напряжение отстоет на $\frac{\pi}{2}$ от тока.

$$u_m^2 \left(u_L - u_c\right)^2 + u_R^2$$
$$u_m^2 = \left(I_m Lw - \frac{I_m}{wc}\right)^2 + \left(RI_m\right)^2$$
$$u_m = I_m \sqrt{\left(Lw - \frac{1}{wc}\right)^2 + R^2}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\varphi &= \frac{wL - \frac{1}{wc}}{R} = \\ &= \frac{R_L - R_c}{R} \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{\left(Lw - \frac{1}{wc}\right)^2 + R^2}$$

Преведущую величину называют полным сопротивлением цепи.

$$u = u_m \cos wt$$
$$i = I_m \cos\left(wt - \varphi\right)$$
$$u_m = I_m \cdot z$$

Реактивное сопротивление:

$$Lw - \frac{1}{wc} = X$$

Можно подобрать по w чтобы $X = 0$, то это резонансное явление, общее сопротивление минимальное.

$$w_{res} = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$$

$$\begin{aligned} u_{L\ res} &= u_{c\ res} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{c}} I_m = \\ &= \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{c}} u_m \end{aligned}$$

Если $\sqrt{\frac{L}{c}} > R$ это приводит к тому, что напряджение на емкости и на конденсаторе выше чем напряжение в цепи.

2.18 Электромагнитное поле

2.18.1 Вихревое электрическое поле

$$\varepsilon_B = \oint \overrightarrow{E}_B d\overrightarrow{l}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_B &= -\frac{d\Phi}{dt} = \\
&= -\frac{d}{dt}\iint\limits_S B\cdot\pi\cdot dS = \\
&= \iint\limits_S \frac{d\overrightarrow{B}}{dt}\cdot\overrightarrow{n}\cdot dS
\end{aligned}$$

$$\oint \overrightarrow{E}_q d\overrightarrow{l} = 0$$

$$\oint \overrightarrow{E}_B d\overrightarrow{l} = -\iint\limits_S \frac{d\overrightarrow{B}}{dt}\pi dS$$

Следовательно возникающее в пространстве электрическое поле, свзяанное смагнитным полем, будет вихревым.

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E}_q + \overrightarrow{E}_B$$

$$\oint \overrightarrow{E} d\overrightarrow{l} = -\iint\limits_S \frac{dB}{dt} n dS$$

Когда мы рассмотрим мгновенное значение тока: $i = \dfrac{dq}{dt} = \dot{q}$

С дриугой стороны рассмотрим плотность тогка с правой граници левой оплавки конденсатора:

$$j = \frac{i}{s} = \frac{\dot{q}}{s} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{s}\right) = \dot{\sigma}$$

$\dfrac{q}{s}$ — плотность поверхностногог заряда.

$j_{\text{СМ}} = j_{\text{ПР}} = \dot{\sigma}$

Электрическое смещение: $D = \varepsilon_0 E_0$

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ — электрический ток между двумя пластинами

$D = \varepsilon_0 E_0 = \sigma$

$\dot{D} = \dot{\sigma}$

$j_{\text{СМ}} = \dot{D}$ — Но дело в том что и то и то это вектора

Получаетсмя что направление тока и направление электрического смещения совпо-дут.т Получается, что равенство не только скалярное, но и векторное.

$\overrightarrow{j_{\text{СМ}}} = \overrightarrow{\dot{D}}$

Полная плотность тока: $\overrightarrow{j_{\text{Полная}}} = \overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \overrightarrow{j_{\text{СМ}}} = \overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \overrightarrow{\dot{D}}$

$$\oint \overrightarrow{H} d\overrightarrow{l} = \sum i = \iint\limits_s \overrightarrow{j_{\text{Полная}}} \overrightarrow{n} ds$$

$$\boxed{\oint \overrightarrow{H} \mathrm{d}\, \overrightarrow{l} = \iint\limits_s \left(\overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \dot{\overrightarrow{D}} \right) \overrightarrow{n}\, \mathrm{ds}}$$

$$\oint \overrightarrow{E} d\overrightarrow{l} = -\iint\limits_s \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \overrightarrow{n} ds \tag{1}$$

Смысл формулы: Переменное магнитное поле создает электрическое поле.

$$\oiint\limits_s \overrightarrow{B} \overrightarrow{n} ds = 0 \tag{2}$$

Смысл формулы: Эта формула говорит что не существует магнитных зарядов и линии магнитного поля всегда замкнуты.

$$\oint \overrightarrow{H} d\overrightarrow{l} = \iint\limits_s \left(\overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \dot{\overrightarrow{D}} \right) \overrightarrow{n} ds \tag{3}$$

Смысл формулы: Магнитное поле возникает вследствии существования станционарных токов, либо переменным электрическим полем.

$$\oiint\limits_s D ds = \iiint\limits_V \rho dv \tag{4}$$

ρ — обьемная плотность заряда. Означает что станционарное электрическоет поле создается станционарными зарядами, и линии электрического поля начинаются на одних(положительных) зарядах и заканчиваются на других(отрицательных).

Эти уравнения образуют полную систему Максвелла.

Согласно формуле Стокса:

$$\oint \overrightarrow{E} d\overrightarrow{l} = \iint\limits_s rot \overrightarrow{E} \overrightarrow{n} ds$$

$$\iint\limits_s rot \overrightarrow{E} \overrightarrow{n} ds + \iint\limits_s \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \overrightarrow{n} ds = 0$$

$$\iint\limits_s \left(rot \overrightarrow{E} + \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \right) \overrightarrow{n} ds = 0$$

Дифференциаьное уравнения Максвелла:

$$rot \overrightarrow{E} + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \tag{5}$$

Рассмотрим уравнение (3): Применим к ней формулу стокса.

$$\iint\limits_{s} rot\overrightarrow{H}\,\overrightarrow{n}\,ds = \iint\limits_{s}\left(\overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \dot{\overrightarrow{D}}\right)\overrightarrow{n}\,ds$$

$$rot\overrightarrow{H} = \overrightarrow{j_{\text{ПР}}} + \dot{\overrightarrow{D}} \tag{6}$$

Применим формулу Гаусса-Остроградского к формулам (4) и (2):

$$\iiint\limits_{V} div\overrightarrow{B}\,dv = 0$$

$$div\overrightarrow{B} = 0 \tag{7}$$

$$\iiint div\overrightarrow{D}\,dv = \iiint\limits_{V} \rho$$

$$div\overrightarrow{D} = \rho \tag{8}$$

$$rot\overrightarrow{E} + \dot{\overrightarrow{B}} = 0$$

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon\varepsilon_0\overrightarrow{E}$$

$$B = \mu\mu_0 H$$

$$j = \sigma E$$

Содержание