Вопросы к государственному экзамену
для направления 010400.62 Прикладная математика и информатика
в 2014-2015 учебном году.

Дисциплины специализации кафедры (ОБЩИЕ ВОПРОСЫ)

1. Комбинаторные правила и структуры.
2. Дизъюнктивные нормальные формы. Минимизация ДНФ.
3. Пути и циклы в графах.
4. Устойчивость графов. Хроматические графы. (КММ)
5. Продукционные базы знаний.
6. Базы знаний семантических сетей.
7. Логические программы.
8. Организация учета затрат на производство в программе «1С: Бухгалтерия 3.0». (КПМ)
9. Учет расчетов с персоналом по оплате труда в программе «1С: Бухгалтерия 3.0»: учет кадров, начисление и выплата заработной платы.(КИТ)

№1. КОМБИНАТОРНЫЕ ПРАВИЛА И СТРУКТУРЫ.

1.Правило птичьих гнезд

Если имеются $n + 1$ птицы, которых необходимо разместить в n гнездах, то при любом способе размещения хотя бы в одном гнезде окажется не менее двух птиц.

Для обоснования справедливости приведенного правила воспользуемся методом рассуждений от противного. Предположим, что данное правило неверно. Пусть после распределения птиц в каждом гнезде оказалось не более чем по одной птице. Перенумеруем гнёзда, в которые попало по птице натуральными числами $1, \dots, k$. Поскольку в гнёзда попало всего k птиц и $k \le n$, то в гнёздах оказались размещены не все птицы. Из получаемого противоречия следует, что предположение о противном неверно, а, значит, верно правило птичьих гнёзд.

2. Правило умножения.

Пусть необходимо строить все возможные n-элементные последовательности $a_1, \dots, a_n$, *для которых выполнены условия:*

a) *первый элемент таких последовательностей может быть выбран m_1 способами*;

b) *если $i < n$, то для каждого способа выбора значений первых i элементов последовательности значение i+1-го элемента таких последовательностей может быть выбрано m_{i+1} способами.*

Тогда число различных последовательностей $a_1, \dots, a_n$ *равно:*

$m_1 m_2 \dots m_n$.

Обосновать справедливость правила умножения можно, например, математической индукцией по значению n.

Базис индукции

Для $n = 1$ правило умножения является справедливым, так как существует ровно m_1одноэлементных последовательностей, первый элемент которых можно выбрать m_1 разными способами.

Индуктивное предположение

Пусть для $n = k$ количество различных последовательностей, удовлетворяющих условиям правила умножения, равно $m_1 m_2 \dots m_k$.

Индуктивный переход

Пусть $n = k + 1$. По индуктивному предположению существует ровно $m_1 m_2 \dots m_k$ различных последовательностей длины k, удовлетворяющих условиям правила умножения, каждая из которых при добавлении еще одного элемента преобразуется в m_{k+1} различных последовательностей длины k+1, также удовлетворяющих условиям этого правила. Поэтому общее число последовательностей длины k+1 в m_{k+1} раз больше числа различных последовательностей, имеющих длину k. То есть всего таких последовательностей ровно $m_1 m_2 \dots m_k m_{k+1}$.

3. Правило сложения

Пусть заданы непересекающиеся конечные множества $A_1, \dots, A_k$. Тогда мощность объединения этих множеств может быть определена по формуле:

$$\left| \bigcup_{i=1,\dots,k} Ai \right| = \sum_{i=1,\dots,k} |Ai| .$$

Для обоснования справедливости правила сложения заметим, что в значении левой части записи правила каждый элемент объединения непересекающихся множеств $A_1, \dots, A_k$ учтен ровно один раз. Значение в правой части правила учитывает все элементы каждого из множеств $A_1, \dots, A_k$. Поскольку последние множества непересекающиеся, то всякий элемент их объединения учитывается в правом значении также ровно один раз. Это означает справедливость правила сложения.

Правило умножения - основное для определения количества комбинаторных объектов. К нему сводятся различные вспомогательные комбинаторные соотношения и задачи, преобразуемые в семейства задач, решаемых с помощью этого правила.

Размещение:

m-размещением n-элементного множества называется всякая последовательность, состоящая из m-элементов этого множества.

Размещение, в котором все элементы разные называется размещением без повторений.
Размещение в котором допускается повторное вхождение элемента называется разм. с повторением.

m < = n – условие для размещения без повторений. A_n^m – без повторений , $\bar{A}_n^m$ – с повторениями.

A_n^m =n(n-1)…(n-m+1)=n!/(n-m)!

$\bar{A}_n^m$ = n*n…*n(m штук) = n^m.

Сочетание:

Сочетанием из n по m называется всякая совокупность состоящая из m-элементов некоторого n-элементного множества.
Сочетание называется сочетанием без повторений если все его элементы разные.
Сочетание в котором допускается повторное вхождение одинаковых элементов называется сочетанием с повторениями. C_n^m – без повторений, $\bar{C}_n^m$ – с повторениями.

А) C_n^m. Пусть D - множество из n элементов. Рассмотрим все размещения без повторений из n по m, составленные из элементов этого множества. Число таких размещений равно A_n^m. Компоненты каждого такого размещения определяют некоторое сочетание без повторений из n по m, составленное из элементов этого размещения. При этом размещения, отличающиеся лишь порядком вхождения значений, образуют одно и то же сочетание. Поскольку размещения, соответствующие одному и тому же сочетанию являются перестановками элементов этого сочетания, то всякое сочетание порождается m! различными размещениями. Поэтому C_n^m = A_n^m /m!.

Б) $\bar{C}_n^m$. Пусть D = {a1, ... , an} - некоторое множество. Сочетания с повторениями, содержащие по m элементов этого множества, будем представлять двоичными последовательностями длины n+m-1, составленными из m нулей и n-1 единиц. Двоичная последовательность, сопоставляемая отдельному сочетанию, состоит из n групп последовательно идущих нулей разделенных n-1 единицами. В i-й группе нулей, отсчитываемой слева направо, столько нулей, сколько экземпляров элемента ai входит в выбранное сочетание. Если некоторый элемент не входит в сочетание без повторений ни одного раза, то соответствующая ему группа нулей окажется пустой.

{Определенное выше соотношение между сочетаниями с повторениями из n по m и двоичными последовательностями длины n + m - 1, содержащими по m нулей, является биективным.}

Поэтому, число сочетаний с повторениями из n по m равно числу рассматриваемых двоичных последовательностей. Таких последовательностей ровно столько, сколько имеется различных способов выбора из n+m-1 позиций в двоичных последовательностях, таких m позиций, в которые записываются нули. Число способов выбора различных m позиций, если имеется n+m-1 разных позиций, равно

$$\bar{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$$

№2. ДИЗЪЮНКТИВНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ (ДНФ). МИНИМИЗАЦИЯ ДНФ.

Определение: Формула $k = x_{i_1}^{\;1} ¿ \ldots \wedge x_{i_r}^{\;r}$, где $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_r \le n$, называется *элементарной конъюнкцией ранга r*.

Определение: *ДНФ* называется всякая формула вида D= $K_1 \vee K_2 \ldots . \vee K_r$, где K1…Kr – это произвольные элементарные конъюнкции.

Определение: *Сложностью ДНФ* D называется число вхождений в D функций & и ∨. Для обозначения сложности ДНФ используют выражение L(D).

Определение: ДНФ D, представляющая функцию f, называется *минимальной ДНФ* для этой функции, если L(D)=min(L(D*)), где минимум берётся по всем ДНФ D*, представляющим функцию f.

Теорема: Пусть f(x1…xn) ¿ P2 и 1<=m<=n.

Тогда справедливо следующее тождество:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \underset{(\sigma 1, \ldots, \sigma m)}{¿} x_1^{\sigma 1} \wedge \ldots \wedge x_m^{\sigma m} \wedge f(\sigma 1, \ldots, \sigma m, x_{m+1}, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

Док-во:

Покажем, что для каждого набора $(\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ значения левой и правой частей совпадают.

Значение, принимаемое функцией слева, равно $f(\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$.

Рассмотрим правую часть. Подставив в него выбранные значения переменных, получим запись:

$$\underset{(\sigma 1, \ldots, \sigma m)}{¿} \gamma_1^{\sigma 1} \wedge \ldots \wedge \gamma_m^{\sigma m} \wedge f(\sigma 1, \ldots, \sigma m, \gamma_{m+1}, \ldots, \gamma_n)$$

Учитывая, что $\gamma_1^{\sigma 1} \wedge \ldots \wedge \gamma_m^{\sigma m} = 1$ тогда и только тогда, когда $\forall i = 1, \ldots, m (\gamma_i = \sigma_i)$, из полученного выражения можно удалить все нулевые элементы дизъюнкции и получить выражение: $\gamma_1^{\gamma 1} \wedge \ldots \wedge \gamma_m^{\gamma m} \wedge f(\gamma 1, \ldots., \gamma n)$. Так как $\gamma_1^{\gamma 1} \wedge \ldots \wedge \gamma_m^{\gamma m} = 1$, то последнее выражение равно: $f(\gamma 1, \ldots., \gamma n)$. То есть значения, принимаемые левой и правой частями равенства (1) на наборе значений переменных $(\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$, равны.

Ч.Т.Д.

Теорема: Для каждой б.ф. f, отличной от тождественного нуля, существует минимальная ДНФ.

Док-во:

1. Заметим что всякая f, отличная от тождественного нуля , представляется хотя бы одной ДНФ(например это может быть СДНФ).

2. Если задана б.ф. f(x1..xn), то нетрудно проверить, что существует ровно 3^(n) – 1 конъюнкций разных рангов, составленных только на основе переменных функции f.

Действительно, каждая из переменных f может либо не входить в элементарную конъюнкцию, либо входить в неё без отрицания, либо входить в такую конъюнкцию с отрицанием. Всего таких вариантов для n переменных ровно 3^(n). Из них невозможен случай, когда ни одна переменная не входит в элементарную конъюнкцию.
Из 3^(n) - 1 различных конъюнкций с точностью до порядка вхождения элеентарных конъюнкций можно составить ровно $2^{3^n - 1} - 1$ разных ДНФ.
Действительно, каждая ДНФ задаётся некоторым непустым подмножеством множества всех конъюнкций.

3. Последовательно просматривая все $2^{3^n - 1} - 1$ ДНФ, составленные из переменных функции f, можно найти такую из них, которая представляет f и имеет минимальную сложность среди всех ДНФ, представляющих f.

Ч.Т.Д.

№3. ПУТИ И ЦИКЛЫ В ГРАФАХ.

Графом называется всякая пара G = (V,U), где V – мн-во вершин, а U – мн-во ребер.

Последовательность W = a1, ... , an - вершин графа G=(V,U) образует путь в G, если $\forall i=1,..,n((a_i,a_{i+1})\in U)$

Прохождение пути в графе - это последовательное перемещение по вершинам графа, по ребрам, соединяющим такие вершины. О таких ребрах говорят, что они принадлежат пути и что путь проходит через эти ребра.

Если W это путь в графе G, то запись E(W) используется для обозначения множества ребер, принадлежащих пути. Вершины a1 и an называются началом и концом пути. При этом говорят, что W ведет из a1 в an. Длиной пути W называется число ребер, проходимых при движении по W из a1 в an. Т.е., если W содержит m вершин, то длина W равна m – 1.

Путь W называется *элементарным*, если все вершины в нем разные.

Путь W называется *простым*, если все ребра из E(W) проходятся ровно по одному разу.

Путь W называется *циклом*, если его начало и конец совпадают.

Цикл называется элементарным (простым) циклом, если в нем все вершины за исключением первой и последней (все ребра) разные.

[..Если некоторый путь W в графе G не является элементарным, то он может быть преобразован в элементарный путь с теми же началом и концом. Для этого необходимо последовательно выбирать пары одинаковых вершин, одна из это внутренняя вершина пути. Для каждой такой пары вершин ai и aj из которых W удаляется часть, состоящая из вершин ai+1, ... , aj, т.е. путь W = a1, ... ,ai, ...,aj, ... ,an преобразуется в путь W1 = a1, ... , ai, aj+1 , ... , an. Для получения элементарного пути приведенное преобразование повторяется до тех пор, пока не будет получен требуемый элементарный путь. Данный процесс заканчивается за конечное число шагов, поскольку при всяком применении операции удаления части исходного пути длина нового пути оказывается меньше длины исходного пути …]

Граф G называется *связным графом*, если для любых двух вершин G существует путь, соединяющий эти вершины. Компонентами связности графа G называются максимальные связные подграфы этого графа.

Пусть G = (V, U) ¿ U это некоторый граф. Ребро u называется *циклическим ребром*, если в G имеется элементарный цикл ненулевой длины, проходящий через концы ребра u.

Неориентированный связный граф, не имеющий петель, называется *деревом*, если он не содержит циклических ребер.

Теорема. Неориентированный связный граф без петель G = (V, U) является деревом тогда и только тогда, когда |V| = |U| + 1.

Цикл в графе G называется циклом Эйлера, если он проходит через все ребра графа и каждое ребро проходится один раз.

Граф G называется четным графом, если степень каждой его вершины четная, т.е. в четном графе из каждой вершины в другие вершины графа ведет четное число ребер.

Теорема Эйлера. Граф G имеет цикл Эйлера тогда и только тогда, когда он является четным графом.

Цикл в графе называется циклом Гамильтона, если он содержит все вершины этого графа по одному разу.

Теорема. Если $\forall a_i,a_j\in V\left(d(a_i)+d(a_j)\geq n\right)$, то граф G имеет цикл Гамильтона.

№6 БАЗЫ ЗНАНИЙ СЕМАНТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ.

Семантическая сеть – иерархическая сеть представленная виде графа с нагруженными вершинами и рёбрами. Используется как подход представления знаний в БЗ.

Иерархии в отношениях.

Отношение *«являться»* представляет принадлежность отдельных объектов или свойств некоторых классов более широким классам таких объектов или свойств. Например, танкер являться корабль.

Отношение *«быть частью»* устанавливает вхождение одних объектов или понятий в другие объекты в качестве их составных частей.

Элементарные задачи: А являться Б? А быть частью Б?

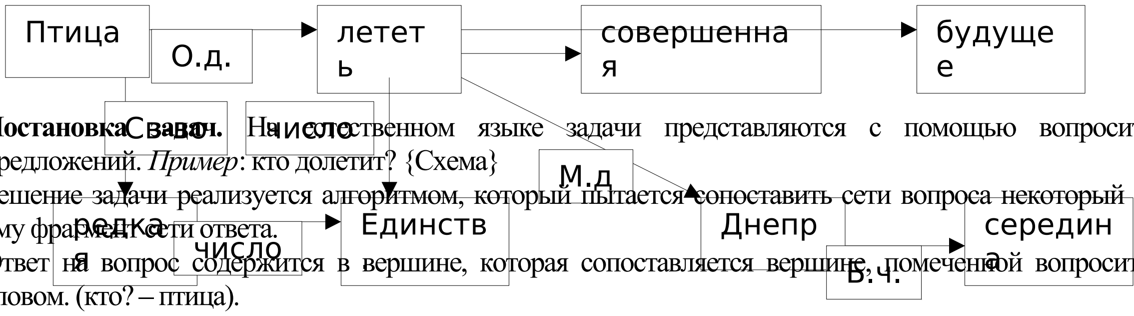
В первой задаче если А Б конкретные значения, то нужно проверить существование пути вверх от А к Б. Если А Б неизвестные, то необходимо перебрать различные варианты значений А и Б.

Для второй задачи если А Б конкретные значения, то для решения задачи достаточно проверить, что их А можно переместиться в Б сначала поднимаясь вверх по отношению быть частью, а затем вниз по отношению являться. Если А Б неизвестные, то задача может быть решена перебором разл. конкретных значений, которые могут принимать значения А, Б.

Семантические сети для предложений естественного языка

Формальное представление смысла заключённого в предложениях ЕЯ принято конструировать в виде ориентированных графов, к вершинам которых приписаны понятия из предложения или параметры языка, а связи между вершинами указывают на семантические зависимости между понятиями.

Пример: Редкая птица долетит до середины Днепра.



Постановка задач. На естественном языке задачи представляются с помощью вопросительных предложений. *Пример*: кто долетит? {Схема}

Решение задачи реализуется алгоритмом, который пытается сопоставить сети вопроса некоторый близкий ему фрагмент сети ответа.

Ответ на вопрос содержится в вершине, которая сопоставляется вершине, помеченной вопросительным словом. (кто? – птица).

Этапы построения СС в предложении естественного языка:

1) лексический анализ (выделение отдельных слов или лексем)

2) морфологический анализ (определение нейтральной формы слов и их грамматическая характеристика

3) синтаксический анализ (определяется структура предложения, в котором выделяются главные, второстепенные члены предложения, главные и подчиненные предложения)

4) семантический анализ (все виды связи между парами слов) осуществляется на основе правил, учитывающих части речи, которые принимают слова, взаимное сорасположение в предложении, согласованность грамматических форм слов. После этого этапа СС одного предложения естественного языка может быть построена полностью.

№5. ПРОДУКЦИОННЫЕ БАЗЫ ЗНАНИЙ.

Рассмотрим модель знаний, знания которой оперируют с одиночными фактами. Всякое высказывание называется «атом». Для обозначения атомов будем использовать символы латинского алфавита.

Основной способ представления знаний с помощью атомов являются правила или продукции вида $\frac{A1\ldots An}{An+1}$,

где A1,…,An – конкретные атомы, An+1 – заключение. Создана продукция представления правил, означающая, что если истины атомы A1…An, то истинным является атом An+1.

Например, $\frac{усы\ лапы\ хвост\ полосы}{тигр}$.

Всякое правило устанавливает причинно-следственную зависимость между истинностью посылок A1,…,An и истинностью заключения An+1. Такая зависимость представляет утверждение: если атомы A1…An истинны, то истинно и высказывание, представленное атомом An+1. Продукции, в которых n=0 называются аксиомами, среди множества знаний, представленных атомарными продукциями, аксиомы представляют атомы, истинные безусловно и обычно являются начальными данными.

В атомарно-продукционной модели знания представляются продукциями. Атомарная продукция (A,P), где A – множество различных атомов, использованных в записях продукций, в том числе в представлении нач. данных. P- мн-во продукций, составленных с использованием мн-ва атомов A.

Постановка задач в атомарно-продукционных системах.

1. Частная задача.

A-? , где A некоторый конкретный атом. Означает вопрос проверки истинности атома A на основе заданной системы продукций.

2. Общая задача.

X-? , где X символ неизвестной. Решение этой задачи предполагает построение всех атомов, истинность которых может быть установлена на основе атомарных продукций системы.

Для решения задачи можно использовать механизм прямого вывода, со следующими изменениями: на каждом шаге просматривается список L2. В списке отыскивается первая по порядку продукция, все посылки которой являются следствиями элементов списка L1, заключение может быть явно вычислено, значение заключения не является следствием предикатов в L1.

№7. ЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГРАММЫ.

1. Константы.
К или индивиды – это конкретные объекты, которые не изменяются принимая единственное возможное значение. Для представления К можно использовать запись их значений, если в системе предусмотрено соответствие типа значений, или специальные символьные записи, являются именами К.

2. Переменная.
Это символы, которые обозначают элементы из некоторых множеств. При этом П может соответствовать любое значение из множеств. П записываются с помощью имен и начинаются с прописной буквы. Среди П выделяется специальная переменная, она называется анонимной и записывается как _ и используется в записях предикатов в составе логических программ для обозначения переменных таких предикатов, значение которых не существенно в рамках решения задачи.

3. Функциональные выражения или термы.
Составляются из К, символьных П, функциональных символов и разделителей по следующим правилам:

- всякая К есть терм.
- всякая П есть терм.
- если f – n-местный функциональный символ и t1,…,tn – термы, принимающие значения из множества значений 1,2,…,n функции f, то запись f(t1,…,tn) является термом. Такой терм принимает значение во множестве значений функции f.

4. Предикаты.
Представляют собой логические функции P(x1,…,xk), где x1,…,xk – П, принимающие значения на заданных множествах. В составе программы Пр используются в виде P(t1,…,tn), где t1,…,tn – термы, типы значений которых совпадают с типами значений x1,…,xk. Количество П Пр называется его размерностью или арностью.

5. Предложение.
Представляет собой основные структурные единицы логических программ. Они бывают 2 видов:

- факты
-следование

Содержание факта принимается как истинное утверждение. Поэтому в качестве теров в фактах стоят константы.
Предложение следования имеет вид: A<=B1,…,Bn. Здесь A,B1,…,Bn – предикаты.
Отдельные предложения в тексте программы, не связаны между собой, т.к. порядок следствия предложений не важен в логической программе.

6. Постановка задачи.
Задача в логическом программировании становится в виде предиката P(t1, …, tn), где t1, …, tn – термы.
Задача предполагает нахождения решения, в котором будут указаны значения переменных в постановке задачи, в которой предикат является следствием логической программы.

7. Механизм вывода.
МВ – способ организации решения задачи на основе логической программы.
Известными правилами вывода являются правило следования:

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B}$$

и правило резолюций:

$$\frac{A, A \leftarrow B}{\bar{B}}$$

.

Данная схема реализует метод рассуждения от противного и является основным правилом для решения задач с помощью логических программ.